



COLEGIUL
NAȚIONAL
„ȘTEFAN CEL MARE”
SUCEAVA

Concursul Centrelor de Excelență
„CĂTĂLIN ȚIGĂERU”
Ediția XVII, Suceava, 18 mai 2019



Clasa a IX-a

Problema 1. Să se demonstreze că $\frac{2a}{a^2 + bc} + \frac{2b}{b^2 + cd} + \frac{2c}{c^2 + da} + \frac{2d}{d^2 + ab} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$,
pentru orice numere $a, b, c, d \in (0, \infty)$.

Dan Popescu, Suceava

Problema 2. Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ astfel încât $a_1 = 2$ și $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1, \forall n \geq 1$.
Demonstrați că oricare doi termeni ai șirului dat sunt numere naturale prime între ele.

Dan Nedeianu, Drobeta-Turnu Severin

Problema 3. Se consideră triunghiul ABC cu lungimile laturilor $BC = a, AB = c < b = AC$.
Notăm cu O și R centrul, respectiv raza cercului circumscris triunghiului ABC , iar cu H ortocentrul
acestuia. Arătați că dacă $b^2 - c^2 = 2Ra$, atunci mijlocul segmentului $[OH]$ aparține dreptei BC .

Marius Marchitan, Suceava

Notă: *Timp de lucru 3 ore.*

Toate subiectele sunt obligatorii.

Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.