Subiectul 1: ***pompă pentru vidare***	**Parţial**	**Punctaj**
1. Barem subiect 1		**10**
a) Numărul necesar de pompări este: $$n=\frac{\ln\left(\frac{p_0}{p}\right)}{\ln\left(1+\frac{V_p}{V}\right)}$$	2,00	**3,00**
$$\Rightarrow n=47{,}19$$ Presiunea solicitată se atinge în cursul celei de a 48-a pompări. Observaţie: utilizând aproximările permise, se obţine: $n=46$.	1,00	
b) Diferenţa forţelor de presiune ce acţionează asupra unei emisfere, tinzând să o depărteze de cealaltă, este: $$F=\left(p_0-p_{ext}\right)\pi R^2.$$	1,00	**3,00**
Această forţă este echilibrată de tensiunea elastică din conturul emisferei, care poate avea cel mult valoarea: $$F_{\max}=\sigma\cdot 2\pi R\cdot h.$$	1,00	
Rezultă că presiunea exterioară sferei trebuie să scadă la valoarea $$p_{ext}=p_0-\frac{2\sigma h}{R},$$ pentru ca sfera să se rupă.	0,25	
Pentru numărul de pompări necesare se obţine: $$n=\frac{\ln\left(\frac{p_0}{p_{ext}}\right)}{\ln\left(1+\frac{V_p}{V}\right)}$$	0,25	
$$\Rightarrow n=14{,}21$$ Sfera din aur se va rupe în cursul celei de a 15-a pompări. Observaţie: utilizând aproximările permise, se obţine: $n=13{,}8$.	0,50	
Pentru fiecare dintre argumentele corecte prezentate, câte 1,50, maxim 3,00 puncte. 1. *scăpări de aer* la toate elementele mobile (piston, supape); 2. *adsorbţia* unor molecule de gaz pe peretele incintei; 3. necesitatea unui număr *infinit* de pompări...		**3,00**
Oficiu		**1,00**

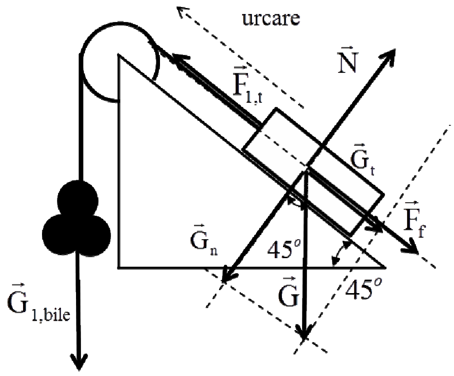
<table>
<tr><th>Subiectul 2: echilibru și... mișcare</th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>2. Barem subiect 2</td><td></td><td>10</td></tr>
<tr><td>A. Se poate realiza experimentul din figură, în care corpul poate aluneca pe planul înclinat, odată în sus și apoi în jos. Numărul de bile adăugate la capătul vertical al firului poate realiza acest lucru. Fig. 1, la urcare, Fig. 2, la coborâre:


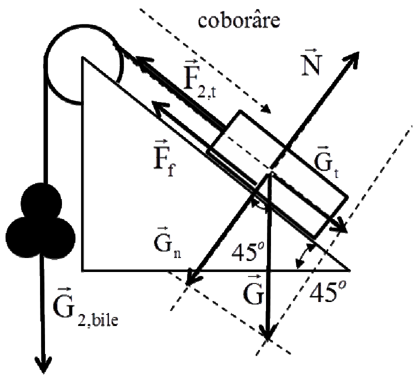
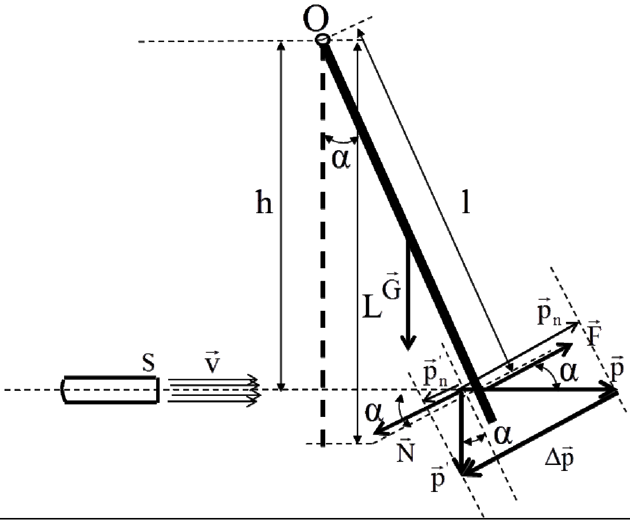
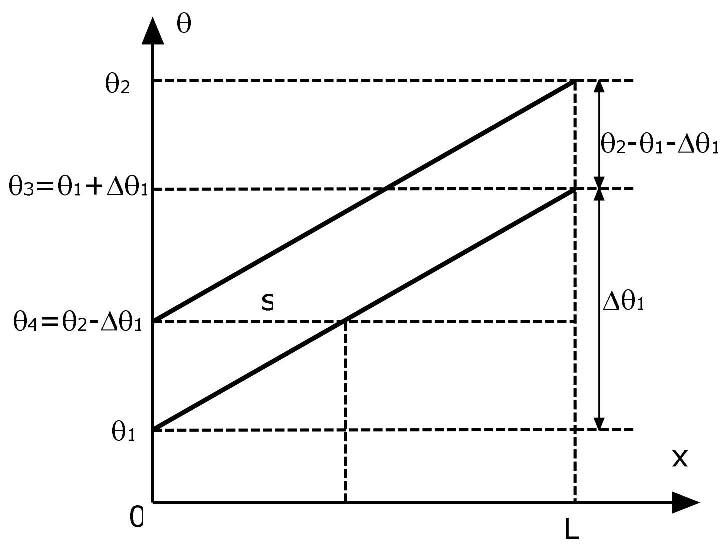
Fig. 1


Fig. 2</td><td>1,00</td><td rowspan="4">4,00</td></tr>
<tr><td>Ecuațiile dinamice ale mișcării la pornire în urcare a corpului:
$$F_{1,t} = G_t + F_f,\ N = G_n,\ F_{1,t} = G_{1,bile}$$
Rezultă:
$$m_1 g = Mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),\ m_1 = M(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>Ecuațiile dinamice ale mișcării la pornire în coborâre a corpului:
$$G_t = F_{2,t} + F_f,\ N = G_n,\ F_{2,t} = G_{2,bile}$$
Rezultă:
$$m_2 g = Mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha),\ m_2 = M(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>Se împart ecuațiile:
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} \Rightarrow \mu = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\operatorname{tg}\alpha$$
Dar $m_1 = N_1 m_0$, $m_2 = N_2 m_0$ unde m_0 este masa unei bile, iar N_1 și N_2 sunt numărul de bile pentru pornirea corpului, în sus respectiv în jos pe planul înclinat.
Unghiul planului înclinat este $\alpha = 45°$, deci $\operatorname{tg}\alpha = 1$. Rezultă:
$$\mu = \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}$$</td><td>1,00</td></tr>
</table>

B. Analizând interacţia jetului de apă cu placa se poate scrie variaţia impulsului pentru o cantitate oarecare de apă. Din variaţia impulsului jetului de apă de-a lungul normalei la placă în poziţia de echilibru, putem deduce forţa cu care placa acţionează asupra jetului, modificându-l. Deoarece placa este netedă, în lungul său nu se produc modificări ale impulsului. 	1,00	
$p'\sin\alpha-(-p\cos\alpha)=N\Delta t,\ \Delta m v'\sin\alpha+\Delta m v\cos\alpha=N\Delta t$ $v'\cos\alpha=v\sin\alpha,\ v'=v\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $N=\dfrac{\Delta m}{\Delta t}\left(\dfrac{v\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\alpha+v\cos\alpha\right)=\dfrac{\Delta m}{\Delta t}\dfrac{v}{\cos\alpha}$	1,00	**5,00**
Dar: $\dfrac{\Delta m}{\Delta t}=\rho S v$ – debitul masic al jetului de apă $N=\dfrac{\rho S v^2}{\cos\alpha}=F$	1,00	
Din condiţia de echilibru la rotaţie, a plăcii: $M_{G,O}=M_{F,O}\quad Mg\dfrac{L}{2}\sin\alpha=Fl$ $Mg\dfrac{L}{2}\sin\alpha=F\dfrac{h}{\cos\alpha}$	1,00	
Înlocuind expresia lui *F* obţinem viteza jetului de apă: $Mg\dfrac{L}{2}\sin\alpha=\dfrac{\rho S v^2}{\cos\alpha}\dfrac{h}{\cos\alpha}$, $v^2=\dfrac{MgL\sin\alpha}{2\rho S h}\cos^2\alpha$; $\quad v=\sqrt{\dfrac{MgL\sin\alpha}{2\rho S h}}\cos\alpha$	1,00	
Oficiu		**1,00**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul 3: ***automat de cafea***	**Parțial**	**Punctaj**
3. Barem subiect 3		**10**
a) În regim staționar, temperatura de-a lungul tuburilor se modifică liniar. Aceasta se poate motiva astfel: conform enunțului, fluxul de căldură printr-o suprafață mică a tubului interior, în regim staționar, trebuie să fie același oriunde ar fi această suprafață. De exemplu, printr-o suprafață centrată în jurul coordonatei *x*, $$\frac{Q}{\Delta t} \sim (\theta_c - \theta_l),$$ în care indicele *c* vine de la cafea, iar *l* de la lapte. Printr-o altă suprafață centrată în jurul coordonatei $x + \Delta x$: $$\frac{Q}{\Delta t} \sim (\theta_c + \Delta\theta_c) - (\theta_l + \Delta\theta_l).$$ Evident $\frac{Q}{\Delta t}$ rămâne același doar dacă $\Delta\theta_c = \Delta\theta_l$.	1,00	**3,00**
Aceasta ne permite să facem următoarea reprezentare grafică a temperaturilor laptelui și cafelei de-a lungul tubului. 	1,00	
Din grafic este evident că $\theta_2 - \theta_4 = 50\ °\mathrm{C}$, de unde rezultă: $$\theta_4 = 40\ °\mathrm{C}.$$	1,00	
b) Din asemănarea triunghiurilor de pe grafic, avem: $$\frac{s}{L} = \frac{\theta_4 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_1},$$	1,00	**2,00**
adică $$s = L\frac{\theta_4 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_1} = 3\ \mathrm{m}.$$	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

c) Conform enunțului, avem: $$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t} = const.$$ $$Q_{primit\ de\ lapte} = \Delta m c_l \Delta\theta_1 = \mu \Delta t c_l \Delta\theta_1.$$ Deci, fluxul de căldură primită este: $$\frac{Q_{primit\ de\ lapte}}{\Delta t} = \mu c_l \Delta\theta_1.$$ Fluxul de căldură cedat este: $$\Phi_{cedat} = \alpha\Delta\theta = \alpha\left(\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1\right),$$ în care α este o constantă care depinde de suprafața și grosimea tubului prin care se transmite căldura, de conductivitatea termică a materialului din care este făcut tubul (legea lui Newton). În regim staționar, fluxurile sunt egale, deci: $$\mu c_l \Delta\theta_1 = \alpha\left(\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1\right).$$	1,00	**4,00**
Analog pentru cazul când se dublează viteza: $$2\mu c_l \Delta\theta_1' = \alpha\left(\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1'\right).$$	1,00	
Din aceste două relații se obține: $$\frac{\Delta\theta_1}{2\Delta\theta_1'} = \frac{\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1}{\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1'}.$$	1,00	
Înlocuind aici valorile numerice, rezultă: $$\Delta\theta_1' = \frac{400}{11} = 36,36\ °\text{C}.$$ Deci $$\theta_{iesire\ lapte} = \Delta\theta_1' + \theta_{1,lapte} = 10 + 36,36 = 46,36\ °\text{C}$$ și $$\theta_{iesire\ cafea} = \theta_{2,cafea} - \Delta\theta_1' = 90 - 36,36 = 53,64\ °\text{C}.$$	1,00	
Oficiu		**1,00**

Barem propus de:
prof. Ioan Pop – Colegiul Naţional Mihai Eminescu, Satu Mare
prof. Liviu Arici – Colegiul Naţional Nicolae Bălcescu, Brăila
prof. Dorel Haralamb – Colegiul Naţional Petru Rareş, Piatra Neamţ

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.