



COLEGIUL
NAȚIONAL
„ȘTEFAN CEL MARE”
SUCEAVA

Concursul Centrelor de Excelență
„CĂTĂLIN ȚIGĂERU”
Ediția XVII, Suceava, 18 mai 2019



Clasa a X-a

Problema 1. Demonstrați inegalitatea $C_{m+n}^{\min(m,n)} \leq \sqrt{C_{2m}^m \cdot C_{2n}^n}$, pentru orice $m, n \in \mathbb{N}$.

Gheorghe Stoica, Petroșani

Problema 2. Calculați partea întreagă numărului $a_n = \sqrt[n]{n+1} - \sqrt{\frac{2}{n}}$, unde $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Dan Nedeianu, Drobeta-Turnu Severin

Problema 3. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ și $(b_n)_{n \geq 1}$ două progresii, prima aritmetică, a doua geometrică, ambele neconstante, cu termeni strict pozitivi, astfel încât $a_1 = b_1$ și $a_{2019} = b_{2019}$. Determinați mulțimea $C = \{k \in \mathbb{N}^* / a_k \leq b_k\}$ și arătați că există o funcție bijectivă $f : C \rightarrow \mathbb{N}$.

Gheorghe Rotariu, Dorohoi

Notă: *Timp de lucru 3 ore.*

Toate subiectele sunt obligatorii.

Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.