



COLEGIUL
NAȚIONAL
„ȘTEFAN CEL MARE”
SUCEAVA

Concursul Centrelor de Excelență
„CĂTĂLIN ȚIGĂERU”
Ediția XVII, Suceava, 18 mai 2019



Clasa a XI-a

Problema 1. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{N}^*)$ cu proprietatea că suma pătratelor celor patru elemente ale sale este număr prim. Arătați că A este inversabilă.

Gheorghe Stoica, Petroșani

Problema 2. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ cu $0 < a < b$. Considerăm șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ cu proprietățile $x_2 > x_1 > 0$ și $ax_{n+2} + bx_n \geq (a+b)x_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Determinați limita șirului $(x_n)_{n \geq 1}$.

Dan Popescu, Suceava

Problema 3. Fie $I, J \subseteq \mathbb{R}$ intervale și $f, g : I \rightarrow J$ două funcții derivabile. Spunem că f și g au proprietatea \mathcal{P} dacă $[f(x)g(x)]' = f'(x)g'(x), \forall x \in I$.

- Dați exemplu de două funcții $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile, neconstante care au proprietatea \mathcal{P} .
- Pentru $I = (2019, \infty), J = (0, \infty)$ și $g : I \rightarrow J, g(x) = x^{2019}$, determinați $f : I \rightarrow J$ derivabilă, astfel încât f și g să aibă proprietatea \mathcal{P} .

Dan Nedeianu, Drobeta-Turnu Severin

Notă: *Timp de lucru 3 ore.*

Toate subiectele sunt obligatorii.

Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.