



COLEGIUL
NAȚIONAL
ȘTEFAN CEL MARE
SUCEAVA

Concursul Centrelor de Excelență
„CĂTĂLIN ȚIGĂERU”
Ediția XVII, Suceava, 18 mai 2019



CLASA a VIII-a

1. Determinați numerele întregi $x, y \in \mathbb{Z}$ care verifică relația $(x^2 + y^2)(x + y) = x^2 y^2 (x + y - 2)$.

Dan Nedeianu, Drobeta Turnu Severin

2. Considerăm mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, k\}, k \in \mathbb{N}^*$.

a) Să se arate că, pentru $k \geq 64$, există o submulțime $X \subset A$, având 13 elemente, cu proprietatea că, oricum alegem două elemente $a, b \in X, a < b$, avem $\frac{a}{b} \leq \frac{3}{4}$.

b) Determinați cel mai mare număr natural k cu proprietatea că, pentru orice submulțime $Y \subset A$, având 14 elemente, există două elemente $a, b \in Y, a > b$, astfel încât $\frac{a}{b} < \frac{4}{3}$.

Cristian Amorăriței, Suceava

3. Fie triunghiul ABC și $M \notin (ABC)$. Notăm cu A', B', C' proiecțiile lui M pe dreptele BC, AC , respectiv AB și presupunem că sunt diferite de vârfurile triunghiului ABC . Să se arate că dacă cercurile circumscrise triunghiurilor $AB'C', BC'A', CA'B'$ sunt tangente interior cercului circumscris triunghiului ABC atunci $MA = MB = MC$ și $MA' \perp B'C', MB' \perp A'C', MC' \perp A'B'$.

Claudia Georgeta Marchitan, Suceava

NOTĂ: Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.