15.V.2018

TEZĂ LA MATEMATICĂ sem. al II-lea
clasa a XI-a, Științe ale naturii

Nr.2

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 2x+ay+z=1, \\ 2y+3z=1 \end{cases}$ unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Calculați determinantul matricei sistemului și determinați valorile reale ale lui *a* pentru care sistemul are soluție unică.
b) Rezolvați sistemul pentru valorile lui *a* determinate la punctul a).
c) Dacă (x_0, y_0, z_0) este soluția sistemului determinată la b), arătați că $\frac{x_0}{z_0}$ este număr natural pentru orice $a \in \mathbb{R} \setminus \{0,6\}$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2+x+a, & x \le 0 \\ b \cdot e^x + 1, & x > 0 \end{cases}$ unde $a, b \in \mathbb{R}$. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât *f* să fie derivabilă în $x_0 = 0$.

3. Fie funcția $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$.
a) Arătați că: $f'(x) = \frac{1-2\ln x}{x^3}$, pentru orice $x \in (0, \infty)$.
b) Arătați că ecuația $f'(x) = 0$ are o soluție $x_0 \in (0, \infty)$ și determinați ecuația tangentei geometrice la graficul funcției f în punctul de abscisă x_0.
c) Calculați: $\lim_{x\to\infty} \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)}$.

Barem de notare: 10 p – oficiu, 40 p – subiectul 1, 20 p – subiectul 2, 30 p – subiectul 3.
Timp de lucru: 50 de minute.

15.V.2018

TEZĂ LA MATEMATICĂ sem. al II-lea
clasa a XI-a, Științe ale naturii

Nr.1

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x+3y = 1 \\ 2x-y+z=1 \\ ax+y+2z=1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Calculați determinantul matricei sistemului și determinați valorile reale ale lui *a* pentru care sistemul are soluție unică.
b) Rezolvați sistemul pentru valorile lui *a* determinate la punctul a).
c) Determinați $a \in \mathbb{Z} \setminus \{6\}$ pentru care soluția sistemului (x_0, y_0, z_0) determinată la b) are toate componentele (x_0, y_0, z_0) întregi.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^x + x + a, & x \le 0 \\ x^2 + b \cdot \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ unde $a, b \in \mathbb{R}$. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât *f* să fie derivabilă în $x_0 = 0$.

3. Fie funcția $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 \cdot \ln x$.
a) Arătați că: $f'(x) = x(2\ln x + 1)$, pentru orice $x \in (0, \infty)$.
b) Arătați că ecuația $f'(x) = 0$ are o soluție unică $x_0 \in (0, \infty)$ și determinați ecuația tangentei geometrice la graficul funcției f în punctul de abscisă x_0.
c) Calculați: $\lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{x \cdot \ln x}$.

Barem de notare: 10 p – oficiu, 40 p – subiectul 1, 20 p – subiectul 2, 30 p – subiectul 3.
Timp de lucru: 50 de minute.