

**TEZĂ LA MATEMATICĂ sem.al II-lea
clasa a XII-a, matematică-informatică**

Nr.1

1. Fie polinomul $f = X^3 - 3X^2 + aX + b$.

(15p) a) Determinați rădăcinile polinomului f pentru $a = -3$ și $b = 1$.

(15p) b) Să se determine a și b , știind că polinomul admite o rădăcină egală cu i .

(10p) c) Aflați pentru ce valori reale a și b rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale polinomului f sunt în progresie aritmetică și $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.

2. Se consideră funcția $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+1}$ și șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}, I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$.

(15p) a) Calculați I_0, I_1, I_2 .

(15p) b) Arătați că șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este convergent.

(10p) c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției f .

(10p) d) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} \right)$.

**TEZĂ LA MATEMATICĂ sem.al II-lea
clasa a XII-a, matematică-informatică**

Nr.2

1. Fie polinomul $f = X^4 - 4X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$.

(15p) a) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât f să se dividă cu polinomul $X^2 - 4X + 3$.

(15p) b) Pentru $a = 8, b = -6$, determinați rădăcinile polinomului f .

(10p) c) Pentru $b = 2$, determinați a astfel încât $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = 1$, unde x_1, x_2, x_3, x_4 sunt rădăcinile polinomului f .

2. Se consideră funcția $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ și șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}, I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$.

(15p) a) Calculați I_0, I_1, I_3 .

(15p) b) Arătați că șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este convergent.

(10p) c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x\sqrt{f(x)}$.

(10p) d) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{n^2 + 1} + \frac{1}{n^2 + 2^2} + \dots + \frac{1}{n^2 + n^2} \right)$.