

Lucrare scrisă semestrială, semestrul I, clasa a XII-a, MATEMATICĂ - NR.1
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

1. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)e^x$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $F(x) = (ax+b)e^x$.

1p. a) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care funcția F este o primitivă a funcției f .

1p. b) Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

2. Calculați:

1p. a) $\int_1^2 (x - \frac{1}{x})^2 dx$. 1p. b) $\int_0^\pi e^x \cos x dx$; 1p. c) $\int_{-1}^1 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$, $x \in \mathbb{R}$.

3. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 1$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

1p. a) Arătați că: $x \circ y = 2(x+1)(y+1) - 1$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

1p. b) Arătați că $G = (-1, \infty)$ este partea stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea „ \circ ”.

1p. c) Determinați elementul neutru al legii știind că (G, \circ) este grup abelian.

1p. d) Determinați $a \in \mathbb{R}$, astfel încât funcția $f : G \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, $f(x) = 2x + a$ să fie izomorfism de grupuri de la (G, \circ) la (\mathbb{R}_+^*, \cdot) .

Lucrare scrisă semestrială, semestrul I, clasa a XII-a, MATEMATICĂ - NR.2
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

1. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $F(x) = (ax+b)e^x$.

1p. a) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care funcția F este o primitivă a funcției f .

1p. b) Calculați $\int_1^2 f(x)dx$.

2. Calculați:

1p. a) $\int_1^2 (x + \frac{1}{x})^2 dx$. 1p. b) $\int_0^\pi e^x \sin x dx$; 1p. c) $\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{2x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx$, $x \in \mathbb{R}$.

3. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

1p. a) Arătați că: $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

1p. b) Arătați că $G = (3, \infty)$ este partea stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea „ \circ ”.

1p. c) Determinați elementul neutru al legii știind că (G, \circ) este grup abelian.

1p. d) Determinați $a \in \mathbb{R}$, astfel încât funcția $f : G \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, $f(x) = x + a$ să fie izomorfism de grupuri de la (G, \circ) la (\mathbb{R}_+^*, \cdot) .