14. XII.2016

TEZĂ LA MATEMATICĂ sem.I

clasa a XI-a,matematică-informatică

Nr.1

(**10p**) 1.Fie permutarea $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&4&2&6&5\end{pmatrix}$. Calculați $\sigma^{2016},\sigma^{-1},m(\sigma)$.

2.Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$.

(1**0p**) a) Să se arate că dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ și $AX=XA$, atunci există $a,b\in\mathbb{C}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a&b\\0&a\end{pmatrix}$;

(1**0p**) b) Determinați matricele $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X^3=A$;

(1**0p**) c) Calculați $A^n,n\in\mathbb{N}^*$.

(1**0p**) 3. Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația: $\begin{vmatrix}x+1&2&2\\2&x+1&2\\2&2&x+1\end{vmatrix}=0$

(1**0p**) 4. Calculați: a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{n^2+k}}$; b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n-1}{3n+1}\right)^{2n-3}$.

(**10p**) 5. Determinați numerele reale $a,b\in\mathbb{R}$ pentru care $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{an^2+bn+1}-\sqrt{4n^2+5}\right)=\frac{1}{4}$.

6. Se consideră șirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin $x_1=\sqrt{2},x_{n+1}=\sqrt{12+x_n},\forall n\geq 1$.

(**10p**) a) Să se arate că șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ este strict crescător.

(**10p**) b) Să se arate că șirul este convergent și calculați $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 50 minute.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

14. XII.2016

TEZĂ LA MATEMATICĂ sem.I

clasa a XI-a, matematică-informatică

Nr.2

(**10p**) 1. Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$. Calculați $\sigma^{2010}, \sigma^{-1}, m(\sigma)$.

2.Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

(1**0p**) a) Să se arate că dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ și $AX = XA$, atunci există $a, b \in \mathbb{C}$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix}$;

(1**0p**) b) Determinați matricele $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X^5 = A$;

(1**0p**) c) Calculați $A^n, n \in \mathbb{N}^*$.

(1**0p**) 3. Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația: $\begin{vmatrix} x-1 & 3 & 3 \\ 3 & x-1 & 3 \\ 3 & 3 & x-1 \end{vmatrix} = 0$

(1**0p**) 4. Calculați: a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{n\sqrt{n}+k}$; b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+n}{n^2+3n} \right)^{3n+5}$.

(**10p**) 5. Determinați numerele reale $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{an^2+bn-2} - \sqrt{n^2+2} \right) = 3$.

6. Se consideră șirul de numere reale $(a_n)_{n\geq1}$ definit prin $a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{5+4a_n}, \forall n \geq 1$.

(**10p**) a) Să se arate că șirul $(a_n)_{n\geq1}$ este strict crescător.

(**10p**) b) Să se arate că șirul este convergent și calculați $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 50 minute.
Se acordă 10 puncte din oficiu.