

TEZĂ LA MATEMATICĂ sem.I

clasa a XI-a științele naturii

Nr.1

(10p) 1. a) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$.

(10p) b) Determinați numărul real $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax + 1} - x) = 2$.

(20p) 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$. Determinați asimptotele la graficul funcției f .

3. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

(10p) a) Să se arate că dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $AX = XA$, atunci există $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$;

(10p) b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(xA + I_2) = 0$;

(10p) c) Determinați matricele $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X^2 = A$;

(10p) d) Calculați $A^n, n \in \mathbb{N}^*$.

(10p) 4. Determinați valoarea numărului real a pentru care aria triunghiului determinat de punctele $A(2,1), B(6,3), C(a,7)$ este egală cu 6.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 50 minute.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

TEZĂ LA MATEMATICĂ sem.I

clasa a XI-a științele naturii

Nr.2

(10p) 1. a) Calculați: a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 1}}{2x + 1}$

(10p) b) Determinați numărul real $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} - 2x) = \frac{1}{2}$.

(20p) 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 1}$. Determinați asimptotele la graficul funcției f .

3. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

(10p) a) Să se arate că dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $AX = XA$, atunci există $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$;

(10p) b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(I_2 - xA) = 0$;

(10p) c) Determinați matricele $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X^2 = A$;

(10p) d) Calculați $A^n, n \in \mathbb{N}^*$.

(10p) 4. Demonstrați că punctele $A(x, 2x), B(x-1, 2x-2)$ și $C(3, 3)$ nu pot fi coliniare, pentru orice număr real x .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 50 minute.

Se acordă 10 puncte din oficiu.