



### Lucrare scrisă la matematică pe Semestrul I

#### Clasa a X-a, Nr. 1

1. Să se calculeze  $\log_{175} 245$  în funcție de  $a = \log_5 7$ .
2. Să se determine  $a, b \in \mathbb{Q}$ , astfel ca  $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ .
3. Să se determine  $z \in \mathbb{C}$ , știind că  $2z + 7 = |z^2| + 4i$ .
4. Să se demonstreze că numărul  $(1-i^{2017})(1-i^{2018})(1-i^{2019})$  este natural.
5. Fie  $t \in \mathbb{R}$  și  $z = \frac{\cos t - i \sin t}{\cos t + i \sin t}$ .
  - 5.1. Să se calculeze  $|z|$ ,  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\bar{z}$  și  $\arg(z)$ .
  - 5.2. Să se determine  $t \in \mathbb{R}$ , astfel ca  $z = -i$ .
6. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{dacă } x < 1 \\ \sqrt{x-1}, & \text{dacă } x \geq 1 \end{cases}$ .
  - 6.1. Să se calculeze  $f(a^2+1)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .
  - 6.2. Să se arate că  $f$  este funcție inversabilă.
  - 6.3. Dacă  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este inversa funcției  $f$ , să se rezolve ecuația  $f^{-1}(x) = x$ .

**Notă:** Fiecare item cu rezolvarea redactată corect se va nota cu 10 puncte, iar din oficiu se acordă tot 10 puncte.



### Lucrare scrisă la matematică pe Semestrul I

#### Clasa a X-a, Nr. 2

1. Să se calculeze  $\log_{363} 99$  în funcție de  $a = \log_{11} 3$ .
2. Să se determine  $a, b \in \mathbb{Q}$ , astfel ca  $\sqrt{7+2\sqrt{10}} = a\sqrt{2} - b\sqrt{5}$ .
3. Să se determine  $z \in \mathbb{C}$ , știind că  $z^2 + \bar{z} = \operatorname{Re}(z)$ .
4. Să se demonstreze că  $1+i+i^2+i^3+\dots+i^{2017}$  nu este număr real.
5. Fie  $t \in \mathbb{R}$  și  $z = \frac{\cos t + i \sin t}{\cos t - i \sin t}$ .
  - 5.1. Să se calculeze  $|z|$ ,  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\bar{z}$  și  $\arg(z)$ .
  - 5.2. Să se determine  $t \in \mathbb{R}$ , astfel ca  $z = i$ .
6. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{dacă } x < -1 \\ \sqrt{x+1}, & \text{dacă } x \geq -1 \end{cases}$ .
  - 6.1. Să se calculeze  $f(a^2-1)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .
  - 6.2. Să se arate că  $f$  este funcție inversabilă.
  - 6.3. Dacă  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este inversa funcției  $f$ , să se rezolve ecuația  $f^{-1}(x) = x$ .

**Notă:** Fiecare item cu rezolvarea redactată corect se va nota cu 10 puncte, iar din oficiu se acordă tot 10 puncte.