



COLEGIUL
NAȚIONAL
"ȘTEFAN CEL MARE"
SUCEAVA

CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENȚĂ „CĂTĂLIN ȚIGĂERU”
- 27 mai 2017 -

CLASA a X-a

1. Fie $a, b, c, d > 0$. Determinați $y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\frac{a \cdot \sin x + b \cdot \cos x}{c \cdot \sin y + d \cdot \cos y} \leq \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}}, \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Ion Bursuc, Suceava

2. Fie $n \geq 3$ și $z_1, z_2, \dots, z_n \in \mathbb{C}^*$. Arătați că are loc inegalitatea $\sum_{i=1}^n \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^n |z_j|}{|z_i|^2} \geq (n-1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{|z_i|}$.

Dan Popescu, Suceava

3. Într-un tablou de 72×72 numere întregi, fiecare linie și coloană conține cel mult 29 numere distincte. Arătați că numărul maxim de numere distincte ce pot fi înscrise în tablou este 2017.

Marius Marchitan, Suceava

4. Fie $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Arătați că următoarele afirmații sunt echivalente:

- pentru orice $x \in \mathbb{N}$ cu $(x, n) = 1$ are loc $x^6 \equiv 1 \pmod{n}$;
- n divide 504.

(Pentru $a, b \in \mathbb{N}, a \equiv b \pmod{n}$, dacă și numai dacă numărul natural supraunitar n divide $a-b$.)

Mihai Piticari, Vladimîr Cerbu, Câmpulung Moldovenesc