COLEGIUL
NAŢIONAL
„ŞTEFAN CEL MARE”
SUCEAVA

CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENŢĂ „CĂTĂLIN ȚIGĂERU”
- 27 mai 2017 -

CLASA a VII-a

1. Să se arate că dacă $x, y \in \mathbb{R}$, astfel ca $\sqrt{2(x+y)} = x^2 + y^2$ și $\frac{x^2+y^2}{4} + \frac{xy}{x+y} = 1$, atunci $x + y = 2$ și să se determine numerele x, y în acest caz.

Dan Nedeianu, Dr.Tr.Severin

2. Numerele reale a, b verifică relațiile $a+b=2$ și $ab=-7$. Determinați numerele întregi n și k astfel încât $n\left(a^2+2b+k\right)-k=2028$.

Gheorghe Rotariu, Dorohoi, Botoșani

3. În triunghiul ABC, I este intersecția bisectoarelor interioare, $AI \cap BC = \{A'\}$, $BI \cap AC = \{B'\}$ și $CI \cap AB = \{C'\}$. Să se demonstreze că dacă $\frac{IA'}{AA'} \cdot \frac{IB'}{BB'} \cdot \frac{IC'}{CC'} = \frac{1}{27}$, atunci triunghiul ABC este echilateral.

Dan Popescu, Suceava

4. Fie ABC un triunghi oarecare și $D \in (AC), E \in (BC)$, astfel încât $[AD] \equiv [BE]$. Cercurile de centre O_1 și O_2, circumscrise triunghiurilor AEC, respectiv BDC se intersectează a doua oară într-un punct F . Notăm cu M și N punctele de intersecție ale dreptei O_1O_2 cu laturile (AC), respectiv (BC). Să se demonstreze că:

a) Dreapta O_1O_2 este mediatoarea segmentului $[FC]$.
b) Triunghiurile FAD și FEB sunt congruente.
c) Triunghiul CMN este isoscel.

Cristian Amorăriței, Suceava