

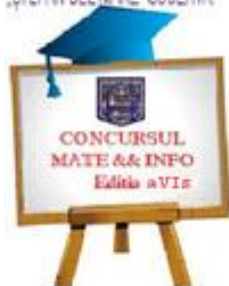


CONCURSUL MATE & INFO Secțiunea MATEMATICĂ Ediția a VI -a, 19 Mai 2018

CLASA a V-a

1. Determinați numerele naturale de forma $\overline{xyz} + \overline{zyx} = \overline{aaaa}$.
2. Un buchet conține flori de mai multe culori. O treime dintre ele sunt de culoare roșie, o șeptime sunt albastre, iar o cincime sunt galbene.
 - a) Arătați că buchetul conține mai mult de 100 fire de flori.
 - b) Câte fire de flori nu sunt nici roșii, nici albastre, nici galbene, dacă buchetul conține cel mai mic număr posibil de fire?
3. Andrei a desenat o dreaptă pe care a marcat cu roșu mai mult de două puncte. Apoi a marcat cu albastru câte un punct între oricare două puncte consecutive, marcate anterior. În continuare, a marcat cu galben câte un punct între oricare două puncte consecutive, marcate anterior. Andrei a continuat procedeul descris, folosind culorile verde și, respectiv, negru.
 - a) Dacă Andrei a marcat 7 puncte cu albastru, câte puncte a marcat în total?
 - b) Andrei a marcat n puncte cu roșu. Arătați că există o singură culoare cu care Andrei a marcat un număr impar de puncte.

*Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp de lucru 90 minute.*



CONCURSUL MATE & INFO

Secțiunea MATEMATICĂ

Ediția a VI -a, 19 Mai 2018

Barem clasa a V-a

1. Determinați numerele naturale de forma $\overline{xyz} + \overline{zyx} = \overline{aaaa}$.

Relația dată se scrie: $101(x + z) + 20y = 1111a$	5p
$101(x + z)$ și $1111a$ sunt divizibile cu 101, atunci și $20y$ este divizibil cu 101	5p
$y = 0$	6p
$x + z = 11a \Rightarrow a = 1$ și $x + z = 11$	6p
Numerele căutate sunt: 209, 308, 407, 506, 605, 704, 803, 902.	8p

2. Un buchet conține flori de mai multe culori. O treime dintre ele sunt de culoare roșie, o șeptime sunt albastre, iar o cincime sunt galbene.

a) Arătați că buchetul conține mai mult de 100 fire de flori.

- b) Câte fire de flori nu sunt nici roșii, nici albastre, nici galbene, dacă buchetul conține cel mai mic număr posibil de fire?

a) Numărul firelor se împarte exact la 3, 7 și 5. Cum 3, 5, 7 sunt oricare două prime între ele deducem că numărul firelor este $n = [3,5,7] \cdot k = 105 \cdot k, k \in \mathbb{N}^*$ $105 \cdot k > 100, \forall k \in \mathbb{N}^*$	10p
n minim se realizează pentru $k = 1$, deci $n = 105$.	5p
b) Sunt 105 flori în buchet din care: $105:3 = 35$ sunt de culoare roșie; $105:7 = 15$ sunt albastre; $105:5 = 21$ galbene;	10p
$105 - (35 + 15 + 21) = 105 - 71 = 34$ sunt de alte culori.	5p

3. Andrei a desenat o dreaptă pe care a marcat cu roșu mai mult de două puncte. Apoi a marcat cu albastru câte un punct între oricare două puncte consecutive, marcate anterior.

În continuare, a marcat cu galben câte un punct între oricare două puncte consecutive, marcate anterior. Andrei a continuat procedeul descris, folosind culorile verde și, respectiv, negru.

a) Dacă Andrei a marcat 7 puncte cu albastru, câte puncte a marcat în total?

- b) Andrei a marcat n puncte cu roșu. Arătați că există o singură culoare cu care Andrei a marcat un număr impar de puncte.

a) 7 puncte cu albastru, rezultă 8 puncte cu roșu $7 \cdot 2 = 14$ puncte cu galben $14 \cdot 2 = 28$ puncte cu verde $28 \cdot 2 = 56$ puncte cu negru.	10p
Total: $7+8+14+28+56=113$	5p
b) n puncte cu roșu $n - 1$ puncte cu albastru $2(n - 1)$ puncte cu galben $2 \cdot 2 \cdot (n - 1)$ puncte cu verde $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (n - 1)$ puncte cu negru	10p
Numerele n și $(n - 1)$ fiind naturale consecutive, unul este par iar celălalt este impar. Rezultă, există un singur număr impar.	5p

Notă: Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Total: 100 puncte.