



Lucrare scrisă semestrială
semestrul I, clasa a XI-a
MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

1p. 1. Dacă $\sigma, \theta \in S_5$, $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $\theta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Să se rezolve ecuația $\sigma^{2014} \cdot x = \theta^{-1}$.

2p. 2. a) Să se rezolve ecuația: $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ x & 0 & 1 & 4 \\ x & x & 0 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$.

b) Să se calculeze limitele următoarelor șiruri:

1p. b₁) $x_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+3)}$, $n \geq 1$.

1p. b₂) $x = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$.

1p. b₃) $x_n = \left(\frac{n^2+2n}{n^2+n+1} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$

3. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ln a \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a \in (0, \infty)$.

1p. a) Să se calculeze A^2, A^3, A^n , $n \in \mathbb{N}$.

1p. b) Să se calculeze $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2014}$.

1p. c) Dacă notăm cu $x_n = \det(A) + \det(A^2) + \dots + \det(A^n)$, să se studieze monotonia, mărginirea și limita șirului x_n .