Lucrare scrisă semestrială
semestrul I, clasa a XII-a
MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

1p. **1.** Determinați primitiva F a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, dată prin $f(x)=x^{2014}$, a cărei reprezentare grafică trece prin punctul $A(-1,0)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=3xy+3x+3y+2$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

1p. a) Arătați că $x\circ y=3(x+1)(y+1)-1$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$;

1p. b) Determinați numerele întregi a și b știind că $a\circ b=2$;

1p. c) Calculați $(-1)\circ 0\circ 1\circ\ldots\circ 2015$.

3. Calculați:

1p. a) $\int \frac{x^3-1}{x-1}dx$, $x\in(1,+\infty)$;

1p. b) $\int \frac{\ln x}{x}dx$, $x\in(0,+\infty)$;

1p. c) $\int e^x \sin x dx$, $x\in\mathbb{R}$.

2p. **4.** Fie grupurile $(\mathbb{R},*)$ și $(\mathbb{R},\circ)$, unde "$*$" și "$\circ$" sunt două legi de compoziție definite prin $x*y=x+y+2$ și $x\circ y=x+y-1$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.
Determinați $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, dată prin $f(x)=x+a$, să fie izomorfism de grupuri de la $(\mathbb{R},*)$ la $(\mathbb{R},\circ)$.

Succes!