

Lucrare scrisă, semestrul I, clasa a XI-a
MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.

Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

1. Fie mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} / a, b \in \mathbb{R} \right\}$ și $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

a) Arătați că dacă $X \in M_2(\mathbb{R})$ și $AX = XA$, atunci $X \in M$. **1p**

b) Rezolvați ecuația $X^2 = A$, $X \in M_2(\mathbb{R})$. **1p**

2. Rezolvați în \mathbb{C} ecuația: $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 3 \\ 3 & x-1 & 2 \\ 2 & 3 & x-1 \end{vmatrix} = 0$. **2p**

3. Calculați limitele șirurilor:

a) $x_n = n^2 \sin \frac{\pi}{n^2+5}$, $n \geq 1$ **1p** b) $x_n = \left(\frac{3n^2}{3n^2+n} \right)^{\frac{3n^2}{3n^2+n}}$, $n \geq 1$ **1p**

c) $x_n = \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n} \right)$, $n \geq 1$ **1p**

4. Studiați convergența șirului $(x_n)_{n \geq 0}$ dat prin $x_1 = \sqrt{2}$, $x_{n+1} = \sqrt{2+x_n}$, $\forall n \geq 1$, precizând și limita. **2p**