



CONCURSUL MATE & INFO Secțiunea MATEMATICĂ Ediția a VI -a, 19 Mai 2018

CLASA a VII-a

1. Să se determine câte numere naturale \overline{abc} verifică $\overline{abc} - \overline{cba} = 297$. **25p**
2. Notăm cu m_a, m_g media aritmetică respectiv media geometrică a numerelor reale strict pozitive x și y .
 - a) Dacă $m_a + m_g = y - x$, determinați valoarea raportului $\frac{x}{y}$. **15p**
 - b) Arătați că există o singură pereche de numere naturale nenule (x, y) , $x < y$ pentru care $m_a + m_g = 40$. **10p**
3. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $AB = a\sqrt{3}$ și $AD = 2a$. Dacă M este mijlocul lui (BC) , $N \in (AB)$ astfel încât $BN = 2AN$, P este mijlocul segmentului (AM) și Q este piciorul perpendicularei din C pe DM , arătați că punctele N, P, Q, C sunt coliniare. **40p**

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp de lucru 90 minute.



CONCURSUL MATE & INFO

Secțiunea MATEMATICĂ

Ediția a VI -a, 19 Mai 2018

Barem clasa a VII -a

1. $a - c = 3$ 15 p
 $(a, c) \in \{(4, 1), (5, 2), (6, 3), (7, 4), (8, 5), (9, 6)\}, b \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ 5 p
În total, 60 numere 5p
2. a) $\sqrt{xy} = \frac{y-3x}{2} \Rightarrow 9x^2 - 10xy + y^2 = 0 \Rightarrow (9x-y)(x-y) = 0$ 10 p
- $(9x-y)(x-y) = 0, x \neq y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{9}$ 5 p
- b) $\frac{x+y}{2} + \sqrt{xy} = 40 \Rightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = 80 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{5x} + \sqrt{5y} = 20$ 5p
- De aici rezultă $\sqrt{5y} = \frac{400 + 5y - 5x}{40} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{5y} \in \mathbb{N} \Rightarrow y = 5n^2, x = 5m^2, m, n \in \mathbb{N}$
 $m + n = 4, m > n \Rightarrow m = 1, n = 3$ și $x = 5, y = 45$ 5p
3. Demonstrează că $\triangle AMD$ echilateral 5p
Fie E mijlocul lui (MD) . Arată că $PMCE$ romb 5p
Arată că $\triangle MCE$ echilateral $\Rightarrow Q$ mijlocul lui (EM) 5p
- $PMCE - romb$ 10p
 $Q - mijlocul (EM) \Rightarrow P - Q - C$
- Demostrează cu reciproca teoremei lui Menelaus aplicată în triunghiul ABM ,
că punctele N, P, C sunt coliniare 10p
Finalizare 5p