

Lucrare scrisă semestrială
Semestrul I, clasa a XI-a, nr.1
MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$, cu $a, b \in \mathbb{R}$.

(1p)a) Calculați $a + b$ știind că f este continuă în $x_0 = 1$.

(1,5p)b) Determinați valoarea lui $a - b$ știind că există $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

(1,5p)c) Se consideră ecuația $x^3 + x^2 + mx - 1 = 0$. Arătați că ecuația are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 1]$.

2. Fie funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $f(x) = \frac{2 - x^2}{x - 1}$, unde $D \subseteq \mathbb{R}$ este domeniul maxim de definiție al funcției.

(1,5p)a) Aflați domeniul maxim de definiție al funcției.

(1p)b) Determinați asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției.

3. Se consideră sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x - 2y + 3z = -3 \\ 2x + y + z = 4 \\ mx - y + 4z = 1 \end{cases}$, unde m este parametru real.

(1p)a) Arătați că tripletul $(0, 3, 1)$ este soluție a sistemului, pentru orice $m \in \mathbb{R}$.

(1,5p)b) Pentru $m = 3$ rezolvați sistemul de ecuații.

Lucrare scrisă semestrială
Semestrul I, clasa a XI-a, nr.2
MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin $f(x) = \begin{cases} 2x + a + 1, & x \leq 1 \\ x^2 + a^2x, & x > 1 \end{cases}$, cu $a \in \mathbb{R}$.

(1p)a) Determinați valorile reale ale lui a pentru care f este continuă în $x_0 = 1$.

(1,5p)b) Pentru $a = 2$ calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{f(x)} - \sqrt{x + f(x)})$.

(1,5p)c) Pentru $a = -1$ Arătați că ecuația $f(x) + 2^x = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 0]$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x}$.

(1,5p)a) Determinați asimptota spre $-\infty$ la graficul funcției.

(1p)b) Determinați ecuația tangentei dusă la graficul funcției în punctul $x_0 = 1$.

3. Se consideră sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ (m + 1)x + y + z = 2 \\ x + y + (m - 1)z = m \end{cases}$, unde m este parametru real.

(1p)a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care tripletul $(4, 0, 0)$ este soluție a sistemului.

(1,5p)b) Pentru $m = 2$ rezolvați sistemul de ecuații.