

**Lucrare scrisă semestrială**  
**semestrul I, clasa a XII-a, nr.1**  
**MATEMATICĂ**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

1. Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție asociativă:  $x * y = \frac{1}{10}xy - (x + y) + 20, \forall x, y \in \mathbb{R}$ . **20p**

a) Arătați că:  $x * y = \frac{1}{10}xy - (x - 10)(y - 10) + 10, \forall x, y \in \mathbb{R}$ ;

b) Calculați:  $\log_2 1 * \log_2 2 * \log_2 3 * \dots * \log_2 2018$ .

2. Fie grupul  $(G, \circ)$  unde  $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$  și  $x \circ y = x^{\log_3 y}, \forall x, y \in G$ . **25p**

a) Arătați că funcția  $f: G \rightarrow \mathbb{R}^*, f(x) = \log_3 x$  este izomorfism între grupurile  $(G, \circ)$  și  $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ ;

b) Să se rezolve în  $G$  ecuația  $x \circ x \circ x \circ x = 3$ , folosind eventual a).

3. Se consideră funcția  $f: (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln\left(\frac{2-x}{2+x}\right)$ . **30p**

a) Calculați  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ ;

b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt$ .

4. Se consideră funcția  $f: (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ . **15p**

Calculați  $\int_0^1 \left(\frac{x}{2} + \arcsin \frac{x}{2}\right) f(x) dx$ .

**Lucrare scrisă semestrială**  
**semestrul I, clasa a XII-a, nr.2**  
**MATEMATICĂ**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

1. Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție asociativă:  $x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$ . **20p**

a) Arătați că:  $x \circ y = 2(x + 1)(y + 1) - 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$ ;

b) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația:  $x \circ x \circ x \circ x = 7$ .

2. Fie grupul  $(G, *)$  unde  $G = (-1, 1)$  și  $x * y = \frac{x+y}{1+xy}, \forall x, y \in G$ . **25p**

a) Arătați că funcția  $f: (-1, 1) \rightarrow (0, \infty), f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  este izomorfism între grupurile  $(G, *)$  și  $(\mathbb{R}_+, \cdot)$ ;

b) Calculați:  $\frac{1}{2} * \frac{1}{4} * \frac{1}{6} * \dots * \frac{1}{2018}$ , folosind eventual a).

3. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2 \cdot \arctg x$ . **30p**

a) Calculați  $\int_0^1 f(x) dx$ ;

b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt$ .

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{3+\cos x}$ . **15p**

Calculați  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .