



CONCURSUL MATE & INFO
Secțiunea MATEMATICĂ
Ediția a X-a, 26 Aprilie 2024

CLASA a VIII-a

1. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ al cărei grafic intersectează axele Ox și Oy în A , respectiv B . Știind că $M(3 + \sqrt{3}; -2\sqrt{3})$ este mijlocul segmentului AB ,
- determinați legea de corespondență a funcției f .
 - câte puncte având coordonate numere raționale se află pe graficul funcției?

30 p

2. a) Fie x și y numere reale pozitive. Arătați că $\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \geq \frac{x + y}{2}$.
- b) Arătați că $\forall n \in \mathbb{N}$ avem :
- $$\sqrt{\frac{1^2 + 2^2}{2}} + \sqrt{\frac{3^2 + 4^2}{2}} + \dots + \sqrt{\frac{(n-1)^2 + n^2}{2}} \geq \frac{n(n+1)}{4}$$

30 p

3. În cubul *ALGEBRIC* de muchie a se consideră M mijlocul muchiei AL , N mijlocul muchiei RI și P mijlocul muchiei CE . Determinați:
- aria triunghiului MNP ;
 - cosinusul unghiului format de planele (MNP) și (ALG) .

30 p

*Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp de lucru 90 minute.*



CONCURSUL MATE & INFO
Secțiunea MATEMATICĂ
Ediția a X-a, 26 Aprilie 2024

Barem clasa a VIII-a

1.

- 1.1. a)** $G_f \cap Ox = \left\{ A \left(-\frac{b}{a}; 0 \right) \right\}$ și $G_f \cap Oy = \{ B(0; b) \}$, iar $M(3 + \sqrt{3}; - 2\sqrt{3})$ este mijlocul segmentului AB

10
puncte

.....

Rezultă:

1.2.

$$\begin{cases} 3 + \sqrt{3} = -\frac{b}{2a} \\ -2\sqrt{3} = \frac{b}{2} \end{cases}, \text{ de unde } a = \sqrt{3} - 1 \text{ și } b = -4\sqrt{3}.$$

Deci $f(x) = (\sqrt{3} - 1)x - 4\sqrt{3}$.

15
puncte

- 1.3.b)** Fie $N(n, f(n)) \in G_f$ astfel încât $n \in \mathbb{Q}$ și $f(n) \in \mathbb{Q}$.

$$f(n) = (\sqrt{3} - 1)n - 4\sqrt{3} = (n - 4)\sqrt{3} - n$$

$f(n) \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow n = 4$, deci singurul punct cu ambele coordonate raționale este $N(4; -4)$.

5 puncte

2.

- 2.1. a)** $m_a \leq m_p$

10 puncte

- 2.2. b)** Conform a)

$$\sqrt{\frac{1^2 + 2^2}{2}} \geq \frac{1+2}{2}; \sqrt{\frac{3^2 + 4^2}{2}} \geq \frac{3+4}{2}; \dots; \sqrt{\frac{(n-1)^2 + n^2}{2}} \geq \frac{(n-1) + n}{2}$$

10 puncte

.....

$$2.3. S \geq \frac{1+2+\dots+n}{2} = \frac{n(n+1)}{4}.$$

.....

10 puncte

3.

3.1. **a)** Din triunghiurile dreptunghice MLN , PCN și PEM , se obține

$$MN=NP=PM=\frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow A_{MNP}=\frac{3\sqrt{3}a^2}{8}.$$

10
punct
e

3.2. **b)** $pr_{(ALG)} \Delta MNP = \Delta EMU$, unde U este mijlocul lui LG .

$$A_{\Delta EMU} = A_{\Delta MNP} \cdot \cos(\angle(MNP), (ALG)).$$

.....

10
punct
e

3.3. $A_{\Delta EMU} = \frac{3a^2}{8}$

$$\cos(\angle(MNP), (ALG)) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

.....

10
punct
e