



**Concursul județean de matematică „Infinity”**

**Ediția a II-a, 8 iunie 2024**

**Barem de corectare și notare clasa a IV-a**

**Problema I**

Să se determine numerele de patru cifre știind că:

- 1)  $2024-66 : \{15-92 : [37-7x(6-2xa)]\} = 2018$ , unde  $a$  este prima cifră a numărului
- 2) Dacă înmulțim numărul 2 cu 17, apoi adunăm 18, înmulțim noul rezultat cu 1796, scădem apoi 4 și împărțim totul la 983 obținem un rest. Acest rest este a treia cifră a numărului
- 3) Suma cifrelor numărului este egală cu 14

(Aparaschivei Tudor, X)

**Soluție:**

$$2024-66 : \{15-92 : [37-7x(6-2xa)]\} = 2018$$

$$6-66 : \{15-92 : [37-7x(6-2a)]\} = 0$$

$$66 : [15-92 : [37-7x(6-2a)]] = 6$$

$$15-92 : [37-7x(6-2a)] = 11$$

$$92 : [37-7x(6-2a)] = 4$$

$$37-7x(6-2a) = 23$$

$$7x(6-2a) = 14$$

$$6-2a = 2$$

$$2a = 4$$

$$a = 2 \dots\dots\dots(2 \text{ puncte})$$

Deci, prima cifră a numărului este 2.

$$(2 \times 17 + 18) \times 1796 - 4 = 52 \times 1796 - 4 = 93392 - 4 = 93388$$

$$93388 : 983 = 95, \text{ rest } 3. \text{ Deci a treia cifră a numărului este } 3. \dots\dots\dots(2 \text{ puncte})$$

Având în vedere că numerele sunt de forma  $abcd$ ,  $a+b+c+d=14$ .

Rezultă că  $b+d=9$ . Deci numerele căutate sunt:  $\{2039, 2138, 2237, 2336, 2435, 2534, 2633, 2732, 2831, 2930\}$ .  $\dots\dots\dots(3 \text{ puncte})$

## Problema II

Să se deseneze o figură asemănătoare cu cea din dreapta completată cu numerele 1, 2, 3, ..., 9, astfel încât fiecare număr să apară o singură dată și:

- Suma numerelor de pe fiecare linie și coloană să fie aceeași.
- Suma numerelor de pe fiecare linie, coloană și diagonală să fie aceeași.

**Observație: Simpla desenare a pătratului aduce jumătate din punctaj. Pentru punctajul complet, vă rugăm să explicați modul de gândire.**


(Aparaschivei Tudor, X)

### Soluție:

Vom explica rezolvarea punctului b, pentru că automat se va rezolva și punctul a. Fie  $x$  suma pe fiecare linie, coloană și respectiv diagonală.

Dacă adunăm toate cele trei linii vom obține pe de o parte suma numerelor 1, 2, 3, ..., 9, dar și de trei ori suma  $x$ .

$$\Rightarrow 3x = 1 + 2 + \dots + 9$$

$$\Rightarrow 3x = 9 \cdot 10 / 2$$

$$\Rightarrow 3x = 45$$

$$\Rightarrow x = 15 \dots\dots\dots (1 \text{ punct})$$

Să ne uităm la numărul 9. Acesta are doar două moduri de a se combina pentru a forma suma 15.

$$9 + 1 + 5 = 15 \text{ și } 9 + 2 + 4 = 15$$

Dacă 9 apare pe o diagonală, atunci va trebui să facă parte din minim trei sume, ceea ce este imposibil. ....(2 puncte)

Procedând asemănător pentru 1, observăm că și acesta poate face parte doar din două sume:  $1 + 9 + 5 = 15$  și  $1 + 8 + 6 = 15 \Rightarrow 1$  și 9 sunt pe aceeași linie sau coloană, dar nu în centru. Deci, 5 se află în mijloc. ....(3 puncte)

Dar trebuie să punem numerele 2 și 4 pe aceeași coloană cu 9 .....(1 punct)

<b>6</b>	<b>7</b>	<b>2</b>
<b>1</b>	<b>5</b>	<b>9</b>
<b>8</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

### Problema III

- a) Ștefan a primit o carte cu numere naturale. Pe prima pagină apare numărul 1, pe a doua pagină apare numărul 2, ... pe ultima pagină apare numărul 2024. Câte cifre impare sunt în carte? Care este a 2024-a cifră pară?
- b) Într-o curte cu iepuri și găini sunt 39 de capete și 124 de picioare. Câți iepuri și câte găini sunt în curte?
- c) Într-o sală de clasă, dacă așezăm elevii câte doi în bancă, rămâne un elev în picioare. Dacă așezăm elevii câte trei în bancă, va rămâne o bancă cu doar doi elevi și patru bănci libere. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă?

(Aparaschivei Tudor, X)

### Soluție:

a) De la 1 la 9 avem 5 cifre impare.

Apoi de la 10 la 19 numărăm în felul următor: 5 cifre impare la unități (0-9), iar la fiecare din cele 10 numere avem cifra 1 la zeci, care este impară. Deci în total avem  $10+5=15$  cifre impare în intervalul 10-19. Procedând asemănător pentru 20-29 avem 5 cifre impare (cele 5 de la unități și niciuna de la zeci). Astfel vom avea câte 15 cifre impare în intervalele 10-19, 30-39, 50-59, 70-79 și 90-99 și câte 5 cifre impare în 1-9, 20-29, 40-49, 60-69, 80-89. În total avem 100 de cifre impare în intervalul 1-99. ....(1 punct)

În continuare vom număra cifrele impare de la 100 la 199. Cum știm că de la 0 la 99 avem 100 de cifre impare, trebuie să numărăm doar cifra sutelor. Cum pentru fiecare din cele 100 de numere de la 100 la 199 avem cifra 1 la sute, care este impară, vom avea în total  $100+100=200$  de cifre impare. Asemănător obținem 100 de cifre impare pentru 200-299, 400-499, 600-699, 800-899 și 200 de cifre impare pentru 100-199, 300-399, 500-599, 700-799, 900-999. Astfel vom avea 1500 de cifre impare în intervalul 1-999.

Pentru 1000-1999 avem 1500 de cifre impare la sute, zeci și unități plus cifra 1 la mii pentru fiecare din cele 1000 de numere. În total avem  $1000+1500=2500$  cifre impare de la 1000 la 1999, deci în total  $1500+2500=4000$  de cifre impare 1-1999. În final, numărăm cifrele impare de la 2000 la 2024 și observăm că avem 22 de cifre. În final, avem 4022 de cifre impare în carte .....(1 punct)

Acum să numărăm a 2024-a cifră pară. De la 1 la 9 avem 4 cifre pare. Numărăm asemănător ca la cele impare în intervalele 10-19, 30-39, 50-59, 70-79, 90-99 avem câte 5 cifre pare, iar în 20-29, 40-49, 60-69, 80-89 avem câte 15 cifre pare. În total avem 89 de cifre pare pentru 1-99. După aceea obținem 100 de cifre pare în intervalele 100-199, 300-399, 500-599, 700-799, 900-999 (la cele 89 se adaugă zerourile de la 100, 101, ..., 109) și 200 de cifre pare pentru 200-299, 400-499, 600-699, 800-899. Deci avem 1389 de cifre pare de la 1 la 999. În continuare de la 1000 la 1999 cifra 1 de la mii nu influențează numărarea cifrelor pare, însă trebuie luate în calcul zerourile în plus din numerele 1000, 1001, ..., 1099, deci avem 1500 cifre pare de la 1000 la 1999. În total avem 2889 de cifre pare, deci a 2024-a cifra este între 1000 și 1999. De la 1 la 1899 avem  $2878-89=2789$  de cifre pare. De la 1 la 1799 avem  $2789-200=2589$  de cifre pare. De la 1 la 1699 avem  $2600-100=2489$  cifre pare. De la 1 la 1599 avem  $2489-200=2289$  cifre pare. De la 1 la 1499 avem  $2289-100=2189$  cifre pare. De la 1 la 1399 avem  $2189-200=1989$  cifre pare. Deci a 2024-a cifră pară se află în intervalul 1400-1499. De la 1 la 1489 avem  $2189-15=2174$  cifre pare. De la 1 la 1479 avem  $2174-25=2149$  cifre pare. De la 1 la 1469 avem  $2149-15=2134$  cifre pare. De la 1 la 1459 avem  $2134-25=2109$  cifre pare. De la 1 la 1449 avem  $2109-15=2094$  cifre pare. De la 1 la 1439 avem  $2094-25=2069$  cifre pare. De la 1 la 1429 avem  $2069-15=2054$  cifre pare. De la 1 la 1419 avem  $2054-25=2029$  cifre pare. Deci a 2024-a cifră pară se află în numărul 1416, adică 4.  
 .....(1 punct)

b) Vom asuma că toate capetele sunt ale găinilor:  
 $39 \cdot 2 = 78$  picioare, ce ne lasă cu  $124 - 78 = 46$  picioare în exces, care sunt ale iepurilor, deci avem  $46 / 2 = 23$  de iepuri și  $39 - 23 = 16$  găini. ....(2 puncte)

c) Fie  $e$  numărul de elevi și  $b$  numărul de bănci din clasă. Din prima afirmație, știm că numărul de elevi este cu 1 mai mare decât dublul numărului de bănci. Deci  $e = 2x + 1$ . Din a doua afirmație obținem  $e = 3x(b - 5) + 2$  .....(1 punct)

Avem  $2x + 1 = 3x(b - 5) + 2$ , de unde  $b = 14$  și  $e = 29$  .....(1 punct)