



Concursul interjudețean de matematică
și informatică “Infinity”
Ediția a III-a, 7 iunie 2025
Subiect, clasa a V-a



Problema 1. a) Într-o clasă, dacă ar pleca un băiat și ar veni două fete, atunci numărul băieților ar fi egal cu $\frac{2}{3}$ din numărul fetelor, iar dacă ar pleca o fată și ar veni doi băieți, atunci numărul băieților ar fi egal cu numărul fetelor. Câți băieți și câte fete sunt în clasă?

b) Demonstrați că există un singur număr natural n , astfel încât $n, n + 2, n + 6, n + 14, n + 18$ să fie simultan numere prime.

Problema 2. a) Fie $a_1, a_2, \dots, a_{2025}$ numere naturale nenule și un număr n definit prin $n = (a_1 + a_2)(a_2 + a_3) \cdot \dots \cdot (a_{2024} + a_{2025})(a_{2025} + a_1)$. Demonstrați că n este par și aflați restul obținut la împărțirea cu 5 a numărului $N = 4^n - 1$.

b) Pe o masă sunt 2025 cartonașe, pe o față albe, pe o față roșii. Le aranjăm în ordine crescătoare cu fața albă în sus, și procedăm după următorii pași:

Pasul 1: Se întorc toate cartonașele pe fața roșie.

Pasul 2: Începând cu 2 și mergând din 2 în 2 se întorc cartonașele pe cealaltă parte.

...

Pasul k : Începând cu k și mergând din k în k se întorc cartonașele pe cealaltă parte.

Determinați câte cartonașe vor fi cu fața roșie în sus după 2025 de pași.

Problema 3. a) Scrieți numărul 35^{2013} ca sumă de trei pătrate perfecte.

b) Determinați numerele prime p și q , știind că există $x, y \in \mathbb{N}^*$, astfel încât $p = x^2 + y^2 + 5$ și $q = x^3 + y$.

Gazeta Matematică

Notă. Timpul de lucru este de 3 ore.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.