

Concursul Național Interdisciplinar
“Vrănceanu – Procopiu”
19 noiembrie 2025
ETAPA JUDEȚEANĂ
MATEMATICĂ

IX

Problema I (10 puncte)

a) Rezolvați ecuația:

$$|x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 2025| = 2026(x - 2026).$$

b) Să se demonstreze că:

$$\left\{ y \in \mathbf{R} \mid y = \frac{x - [x]}{x}, x \in [1, \infty) \right\} = \left[0, \frac{1}{2} \right)$$

Problema a II-a (10 puncte)

a) Fie O ortocentrul triunghiului echilateral ABC. Arătați că $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

b) Fie ABCD un patrulater convex. Se notează cu O_1, O_2 mijloacele diagonalelor AC și BD. Să se arate că:

i) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{O_1O_2}$;

ii) dacă $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{O_1O_2}$ atunci ABCD este paralelogram.

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe câte o foaie separată.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de **3 ore** din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.