

Concursul Național Interdisciplinar
“Vrănceanu – Procopiu”
19 noiembrie 2025
ETAPA JUDEȚEANĂ
MATEMATICĂ

X

Problema I (10 puncte)

- a) Arătați că $z = (7 + 4i)^{100} + (4 + 7i)^{100}$ este număr real, unde i este unitatea imaginară .
- b) Se dau numerele complexe z_1, z_2, z_3 astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ și $z_1 + z_2 + z_3 = 1$.
- Demonstrați că $z_1^{2025} + z_2^{2025} + z_3^{2025} = 1$.

Problema a II-a (10 puncte)

- a) Arătați că $\left(\frac{3}{5}\right)^{\lg 7} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{\lg 3} \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{\lg 5} = 1$
- b) Demonstrați că $\log_a \frac{2a}{2a+1} - \log_2 \frac{2a}{2a+1} \geq 2$, pentru orice $a \in (0,1)$.

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe câte o foaie separată.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de **3 ore** din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.