



CONCURSUL MATE & INFO
Secțiunea MATEMATICĂ
Ediția a VIII-a, 19 iunie 2021

CLASA a VIII-a

Pentru problemele 1-7 veți nota pe foaia de examen doar litera corespunzătoare fiecărui răspuns corect (fiecare problemă are un singur răspuns corect). La problema 8 veți scrie rezolvarea completă.

1. Dacă $a, b \in \mathbb{Q}$ și $|2 - a| \cdot \sqrt{2} + 3 = a + b\sqrt{2}$, atunci valoarea lui b este:
A. 1 B. 3 C. 2 D. 0 E. -2
2. Dacă a, b, c sunt numere reale nenule pentru care $a+b+c=9$ și $ab+bc+ca=27$, atunci $a^{2021} + b^{2021} + c^{2021}$ este:
A. 3^{2021} B. 3^{2022} C. 3^{6063} D. $3 \cdot 3^{2022}$ E. 9^{2021}
3. Dacă $5a^2 + 5b^2 - 2a - 12b + \frac{28}{5} = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, atunci $a + b$ aparține intervalului:
A. $[\frac{1}{5}; 2\frac{3}{5}]$ B. $[-3; 3]$ C. $[1; 13]$ D. $[\frac{1}{5}; \frac{3}{5}]$ E. $[\frac{1}{5}; \frac{11}{5}]$
4. Ecuația $3[x] + 10\{x\} = 25$ (unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x , iar $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x) are un număr de soluții egal cu:
A. 1 B. 2 C. 5 D. 4 E. 3
5. Fie $ABCD$ un tetraedru și G_1, G_2, G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor DBC, DAC , respectiv DAB . Raportul dintre ariile triunghiurilor $G_1G_2G_3$ și ABC este:
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{9}$ E. $\frac{2}{9}$
6. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub de muchie a , M mijlocul laturii (AB) și $B'C \cap BC' = \{E\}$. Distanța de la D' la planul (MEC) este:
A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ E. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$
7. Se consideră piramida patrulateră regulată $VABCD$ și punctele M și N , mijloacele muchiilor (BC) , respectiv (VD) . Dacă $AB=AV$, atunci măsura unghiului dintre dreptele AB și MN este egală cu:
A. 30° B. 45° C. 90° D. 60° E. 55°

8. Tetraedrul regulat $ABCD$ și piramida triunghiulară regulată $SBCE$ au vârfurile A și S de aceeași parte a planului comun triunghiurilor BCD , respectiv BCE . Dacă punctele A, S, E sunt coliniare, determinați sinusul unghiului dintre planele ABC și SBC .

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii. La problemele 1-7 se punctează cu 10p fiecare răspuns corect. La problema 8 punctajul maxim acordat este de 20p. Se acordă 10 puncte din oficiu.
2. Timp de lucru: 90 minute.



CONCURSUL MATE & INFO
Secțiunea MATEMATICĂ
Ediția a VIII -a, 19 Iunie 2021

Barem clasa a VIII –a

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
A	B	A	E	D	B	A

8.

<p>Fie O_1 și O_2 proiecțiile punctelor A, respective S pe planul comun triunghiurilor BCD și BCE. Triunghiurile BCD și BCE sunt echilaterale deci piramidele sunt regulate DE este mediatoarea lui (BC), iar $O_1, O_2 \in DE$ Fie $\{H\} = O_1O_2 \cap BC$; $AO_1 \perp (BCD), O_1H \perp BC$; $\Rightarrow AH \perp BC$ (Cf. T3\perp) $SO_2 \perp (BCE), O_2H \perp BC \Rightarrow SH \perp BC$ $(ABC) \cap (SBC) = BC$ $\sphericalangle((ABC); (SBC)) = \sphericalangle(AH; SH) = \sphericalangle AHS$</p>	3p
<p>Fie $BC=6a$; $HO_1 = a\sqrt{3}, HO_2 = a\sqrt{3}, AH = 3a\sqrt{3}, AO_1 = 2a\sqrt{6}$ $\Delta EO_1A, SO_2$-linie mijlocie $\Rightarrow SO_2 = a\sqrt{6}; SH=3a$</p>	3p
$A_{ASH} = A_{AO_1O_2S} - (A_{AO_1H} + A_{SO_2H}) = \frac{9a^2\sqrt{2}}{2}$	4p
$A_{ASH} = \frac{AH \cdot SH \cdot \sin \sphericalangle AHS}{2} = \frac{9a^2\sqrt{3} \cdot \sin \sphericalangle AHS}{2}$	4p
$\sin \sphericalangle AHS = \frac{\sqrt{6}}{3}$	2p

*Notă: La problemele 1-7 se punctează cu 10p fiecare răspuns corect. La problema 8 punctajul maxim acordat este de 20p. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Total: 100 puncte.*