Colegiul Național "Ștefan cel Mare", Suceava
Strada Vasile Alecsandri, nr. 3, 720001, tel. 0230551342, fax. 0230551343, cnstefancelmare.ro
cn_stefan@yahoo.com, cn.stefan.sv@gmail.com

TEZĂ LA MATEMATICĂ
CLASA a IX-a MATEMATICĂ-INFORMATICĂ
SEMESTRUL I

Nr.1

1. Dacă $[t]$ reprezintă partea întreagă a numărului real *t*, să se scrie sub formă de interval mulțimea $A=\left\{x\in\mathbb{R}:\ \left[x-\frac{1}{3}\right]=-1\right\}$.
2. Dacă $|t|$ reprezintă modulul numărului real *t*, să se rezolve ecuația $\left|\frac{7x-1}{16}-\frac{x}{2}\right|=1$.
3. Fie $a,b\in\mathbb{Q}$. Să se demonstreze că $a\sqrt{3}-b\sqrt{2}=0$, dacă și numai dacă $a=b=0$, dar există $a,b\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ astfel ca $a\sqrt{3}-b\sqrt{2}=0$.
4. Fie $a,b,c\in\mathbb{R},\ b\neq c,\ c\neq 0$. Să se demonstreze că *a,b,c* sunt în progresie geometrică, dacă și numai dacă $(a+c)(b^3+c^3)=(b^2+c^2)(ab+c^2)$.
5. Să se demonstreze că, pentru orice număr $n\in\mathbb{N}, n\geq 2,\ 1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$.
6. Dat șirul de numere pozitive $(a_n)_{n\geq 1}$ cu proprietatea $\left(\frac{1}{a_1}\right)^2+\left(\frac{2}{a_2}\right)^2+...+\left(\frac{n}{a_n}\right)^2=\frac{n(n+1)}{2},\ \forall n\in\mathbb{N}^*$, să se determine a_2 și termenul general a_n .
7. În planul euclidian, se consideră punctele $A(1,\ -2),\ B(3,\ -4)$ și $C(-5,\ 4)$.
   Să se determine $\left|\overrightarrow{AC}\right|$ și să se justifice coliniaritatea sau necoliniaritatea punctelor *A, B, C*.
8. Fie *ABCD* un patrulater convex și punctele $M\in[AB],\ N\in[BC],\ P\in[CD],\ Q\in[DA]$, $MP\cap NQ=\{O\},\ \frac{MA}{MB}=\frac{PD}{PC}=m,\ \frac{NB}{NC}=\frac{QA}{QD}=n$.

   8.1. Să se demonstreze că $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{1+m}\overrightarrow{AD}+\frac{m}{1+m}\overrightarrow{BC}$.

   8.2. Să se demonstreze că $\frac{OM}{OP}=n$.

Notă*: Fiecare item, dintre cei 9, cu rezolvarea redactată correct și complet se va nota cu un punct, iar din … generozitate se acordă tot un punct.*

Colegiul Național "Ștefan cel Mare", Suceava
Strada Vasile Alecsandri, nr. 3, 720001, tel. 0230551342, fax. 0230551343, cnstefancelmare.ro
cn_stefan@yahoo.com, cn.stefan.sv@gmail.com

TEZĂ LA MATEMATICĂ
CLASA a IX-a MATEMATICĂ-INFORMATICĂ
SEMESTRUL I

Nr.2

1. Dacă $\left[t\right]$ reprezintă partea întreagă a numărului real *t*, să se scrie sub formă de interval mulțimea $A=\left\{x\in\mathbb{R}:\ \left[x+\frac{1}{3}\right]=-1\right\}$.
2. Dacă $\left|t\right|$ reprezintă modulul numărului real *t*, să se rezolve ecuația $\left|\frac{x}{3}-\frac{2x-3}{15}\right|=1$.
3. Fie $a,b\in\mathbb{Q}$. Să se demonstreze că $a\sqrt{3}+b\sqrt{2}=0$, dacă și numai dacă $a=b=0$, dar există $a,b\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ astfel ca $a\sqrt{3}+b\sqrt{2}=0$.
4. Fie $a,b,c\in\mathbb{R},\ a\neq c$. Să se demonstreze că *a,b,c* sunt în progresie geometrică, dacă și numai dacă $a\left(b+c\right)^2=c\left(a+b\right)^2$.
5. Să se demonstreze că, pentru orice număr $n\in\mathbb{N}, n\geq 3,\ 1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}}>\sqrt{n+1}$.
6. Dat șirul de numere pozitive $\left(a_n\right)_{n\geq 1}$ cu proprietatea $\left(\frac{a_1}{1}+\frac{a_2}{2}+...+\frac{a_n}{n}\right)^2=\frac{n^2\left(n+1\right)^2}{4},\ \forall n\in\mathbb{N}^*$, să se determine a_2 și termenul general a_n .
7. În planul euclidian, se consideră punctele $A\left(-2,\ 1\right),\ B\left(-4,\ 3\right)$ și $C\left(2,\ -3\right)$.
   Să se determine $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ și să se justifice coliniaritatea sau necoliniarittea punctelor *A, B, C*.
8. Fie *ABCD* un patrulater convex și punctele $M\in\left[AB\right],\ N\in\left[BC\right],\ P\in\left[CD\right],\ Q\in\left[DA\right]$, $MP\cap NQ=\left\{O\right\},\ \frac{MA}{MB}=\frac{PD}{PC}=m,\ \frac{NB}{NC}=\frac{QA}{QD}=n$.
   8.1. Să se demonstreze că $\overrightarrow{QN}=\frac{1}{1+n}\overrightarrow{AB}+\frac{n}{1+n}\overrightarrow{DC}$.
   8.2. Să se demonstreze că $\frac{OQ}{ON}=m$.

Notă*: Fiecare item, dintre cei 9, cu rezolvarea redactată corect și complet se va nota cu un punct, iar din… generozitate se acordă tot un punct.*