



CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENȚĂ “CĂTĂLIN ȚIGĂERU”
Ediția XVIII, 11 decembrie 2021

Clasa a IV-a
Bareme

1. Numărul natural x din egalitatea $\{11 - 10: [(9 + x): 8 - 7]\} \cdot 6 + 5 = 11$ este:
a) 79; b) 80; c) 71; d) 55; e) 63.
Soluție:
Primul pas poate fi $\{11 - 10: [(9 + x): 8 - 7]\} \cdot 6 = 6$, adică $11 - 10: [(9 + x): 8 - 7] = 1$ sau $10 = 10: [(9 + x): 8 - 7]$, de unde $(9 + x): 8 = 8$ și $9 + x = 64$. Răspunsul este 55, „D”.
2. Deschizând un dicționar, se observă că suma numerelor de pe cele două pagini care se văd este 1021. Cele două pagini sunt numerotate cu:
a) 509 și 510; b) 511 și 512; c) 510 și 511; d) 511 și 512; e) 512 și 513.
Soluție:
Paginile vor fi numerotate cu numere consecutive. Deci $a + a + 1 = 1021$, de unde $a = 510$.
Răspunsul corect este 510, 511, adică „C”.
3. La lectura suplimentară a unei clase de 28 de elevi s-au recomandat 3 cărți ale căror autori sunt trei scriitori diferiți. În funcție de preferințe, fiecare elev a ales exact două cărți cu autorii diferiți.
Care este numărul minim de elevi care preferă un același autor dintre cei trei recomandați?
a) 15; b) 16; c) 17; d) 18; e) 19.
Soluție:
S-au procurat $28 \cdot 2 = 56$ de cărți scrise de cel mult 3 autori.
Cum $56 = 3 \cdot 18 + 2$, aplicând principiul DIRICHLET (numit și principiul „cutiei”), adică în situația celor mai diverse opțiuni, se pot forma 18 grupe de câte trei cărți diferite, dar mai rămân două cărți (care pot fi cu autori distincți). Răspuns „E”.
4. Înmulțind 91 de numere naturale se obține 91. Care sunt valorile pe care le poate lua suma numerelor care se înmulțesc?
a) 109 sau 180; b) 109 sau 181; c) 110 sau 181; d) 111 sau 181; e) 110 sau 180.
Soluție:
Cum 91 se poate scrie și $7 \cdot 13$, există două variante de reprezentare ca produs:
fie $91 = 91 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1$, cu 90 factori 1, fie $91 = 7 \cdot 13 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1$, cu 89 factori 1. Astfel, suma factorilor este fie $90 + 91$, fie $20 + 89$. Variantă „B”.
5. Numerele naturale nenule a, b, c satisfac inegalitatea $2 \times a \times a + 10 \times b + 100 \times c \leq 1000$.
Care este valoarea maximă pe care o poate lua a ?
a) 19; b) 21; c) 20; d) 18; e) 22.
Soluție:

Pentru ca a să fie maxim, $2 \times a \times a$ trebuie să fie maxim, iar $10 \times b + 100 \times c$ ar trebui să fie minim, adică $10 + 100 = 110$. Atunci $2 \times a \times a \leq 890$, adică $a \times a \leq 445$. Valoarea căutată este $a = 21$, deoarece $21 \times 21 = 441$, iar $23 \times 23 = 484$.

Alegerea ... inspirată „B”.

6. Un tabel are patru coloane și oricâte linii. Prima linie este formată cu cifrele 2, 0, 2, 1, iar în fiecare linie, începând cu a doua, fiecare număr se obține mărinnd numărul de deasupra lui cu 1 la prima coloană, cu 2 la a doua coloană, cu 3 la a treia coloană și cu 4 la ultima coloană, așa cum se observă în tabelu următor:

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 3 | 2 | 5 | 5 |
| 4 | 4 | 8 | 9 |
| ... | ... | ... | ... |

- a) Să se completeze a cincea linie;
- b) Să se calculeze suma numerelor de pe linia a noua;
- b) Există o linie pentru care suma numerelor ei este 995? Dacă da, să se determine a câta linie este;
- c) Numărul 2021 apare în tabel? Dacă da, de câte ori și pe care linii?

Soluții:

1. a) Din procedura de generare a tabelului, linia „5” este 6,8,14,17.
- b) Linia a „n”-a va avea numerele $2 + n - 1$, $0 + 2 \times (n - 1)$, $2 + 3 \times (n - 1)$ și $1 + 4 \times (n - 1)$. Suma acestor patru numere este $5 + 10 \times (n - 1)$. Deci suma pe linia „9” este 85.
- b) Dacă $5 + 10 \times (n - 1) = 995$, rezultă $n = 100$;
- c) La prima coloană, $n + 1 = 2021$, de unde 2021 se află pe linia cu numărul 2020. Pe coloana a doua, 2021 nu apare pentru că toate numerele sunt pare. Pe a treia coloană $3n - 1 = 2021$ implică $n = 674$, iar la a patra $4n - 3 = 2021$, adică $n = 506$.

Notă: 1. Problemele tip grilă 1-5 conțin cinci răspunsuri posibile, dintre care exact unul este corect. Punctajul pentru oricare din primele cinci probleme va fi acordat astfel:

- 0 puncte – dacă nu a fost indicat niciun răspuns sau răspunsul ales de concurent este eronat;
 - 10 puncte – dacă este indicat doar răspunsul corect al problemei.
- Pentru problema 6 se acordă câte 10 puncte pentru fiecare dintre cele patru cerințe a), b), c) și d) cu redactarea corectă și completă a soluției. Se acordă 10 puncte din oficiu.