Colegiul Național "Ștefan cel Mare", Suceava
Strada Vasile Alecsandri, nr. 3, 720001, tel. 0230551342, fax. 0230551343, cnstefancelmare.ro
cn_stefan@yahoo.com, cn.stefan.sv@gmail.com

Lucrare scrisă pe Semestrul I la matematică

Clasa a IX-a, specializarea matematică-informatică

1. Se consideră predicatele logice p(x): $\sqrt{1-4x+4x^2} \le 1, x \in$R și q(x): 2x-$x^2 \ge 0$, $x \in$R.
   Să se stabilească valorile de adevăr pentru propozițiile:
   a) p(0) $\wedge \neg$ q($\sqrt{5}$);
   b) $(\forall x)$ p(x) → q(x);
   c) $(\forall x)$ q(x) → p(x);
2. Să se rezolve ecuația (x-3)$[x]$ =$\{x\}$ -2,
   unde $[x]$ $și$ $\{x\}$ reprezintă partea întreagă, respectiv partea fracționară a numărului real x.
3. Să se demonstreze inegalitatea $x^2+\frac{1}{x^2} \ge \sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$, $\forall x \in (0,\infty)$.
4. Să se demonstreze egalitatea $\left[\sqrt{1}\right]$ +$\left[\sqrt{2}\right]$ +…+$\left[\sqrt{n^2-1}\right]$ +1^2+2^2+…+$n^2 = n^3$,
   ∀n ∈ ℕ, $n \ge 2$.
5. Fie M mijlocul laturii (BC) a triunghiului ABC, iar N şi P satisfac $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{CP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AP}$.
   Să se demonstreze că punctele M,N,P sunt coliniare.
6. În planul euclidian raportat la sistemul de coordonate carteziene de reper (O;$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$), paralelogramul ABCD satisfice $\overrightarrow{OA}$ = -2$\vec{\imath}$ - $\vec{\jmath}$, B(1,5), iar centrul său este M(2,1).
   a) Se cere norma $\left|\overrightarrow{AB}\right|$;
   b) Să se determine coordonatele vârfurilor paralelogramului.

***Notă**: Fiecare item cu rezolvarea redactată corect se va nota cu 10 puncte, iar din oficiu se acordă tot 10 puncte.*