



## Lucrare scrisă la matematică, Semestrul I

### Clasa a IX-a, secția științe ale naturii

- Se consideră predicatul logic  $p(x): |2 - x| \leq 1, x \in \mathbb{R}$  și  $q(x): 9x - 2x^2 - 9 = 0, x \in \mathbb{R}$ .  
Să se stabilească valorile de adevăr pentru propozițiile:
  - $p(\sqrt{7}) \wedge q\left(\frac{3}{2}\right)$ ;
  - $(\exists x) p(x) \rightarrow q(x)$ ;
  - $(\forall x) q(x) \rightarrow p(x)$ ;
- Să se rezolve ecuația  $[x]\{x\} = x - 1$ , unde  $[x]$  și  $\{x\}$  reprezintă partea întreagă, respectiv partea fracționară a numărului real  $x$ .
- Să se demonstreze inegalitatea  $\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq a + b + c, \forall a, b, c \in (0, \infty)$ .
- Să se demonstreze că:  $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \dots \cdot \frac{4n-1}{4n+1} < \sqrt{\frac{3}{4n+3}}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .
- Se consideră patrulaterul  $ABCD$  și  $M, N, P, Q$  mijloacele laturilor  $[AB], [BC], [CD]$ , respectiv  $[DA]$ . Să se demonstreze relația  $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{QN} = \overrightarrow{AC}$ ;
- În planul euclidian raportat la sistemul de coordonate carteziane de reper  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , triunghiul echilateral  $ABC$  satisface  $\overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j}\sqrt{3}$  și  $C(-1, -\sqrt{3})$ .
  - Să se afle norma vectorului  $\overrightarrow{BC}$ ;
  - Să se determine coordonatele carteziane ale vârfului  $A$  al triunghiului echilateral;

**Notă:** Fiecare item cu rezolvarea redactată corect și complet se va nota cu 10 puncte, iar din oficiu se acordă tot 10 puncte.