



# Infinity

Concurs de  
matematică și gândire logică



## Concursul județean de matematică și gândire logică „Infinity”

Prima ediție, 18 decembrie 2021

Subiect clasa a IV-a

### Problema 1 (7p.)

Cristina are 3 cartonașe pe care sunt scrise cifrele distincte nenule 2, A, 5 (pe fiecare cartonaș este scrisă o singură cifră). Ea formează, folosind de fiecare dată toate cele 3 cartonașe, numere de 3 cifre. Aflați valoarea lui A dacă suma tuturor numerelor posibile de 3 cifre, formate cu cele 3 cartonașe este 2442.

### Problema 2 (7p.)

a) Se poate scrie numărul 189 ca sumă de 19 numere naturale nenule diferite? Justificați răspunsul!

b) Numerele naturale sunt aranjate astfel:

1 3 6 10 15 ....

2 5 9 14 ....

4 8 13 ....

7 12 ....

11 ....

Să se afle numărul liniei și coloanei pe care este scris numărul 2002.

### Problema 3 (7p.)

Se dă numărul  $n=24681012...20202022$ , format prin scrierea alăturată a numerelor naturale pare de la 1 la 2022.

a) Aflați din câte cifre este format numărul  $n$ .

b) De câte ori este folosită cifra 4 în scrierea numărului  $n$ ?

### Problema specială

Printre 25 de monede, una este falsă și mai ușoară decât celelalte bune. Folosind o balanță fără mase marcate, depistați prin cel mult 3 cântăriri, moneda falsă.



# Infinity

Concurs de  
matematică și gândire logică



## Concursul județean de matematică și gândire logică „Infinity”

Prima ediție, 18 decembrie 2021

Subiect clasa a V-a

### Problema 1 (7p.)

Un număr prim este un număr natural, mai mare decât 1 care are exact 2 divizori mai mari decât 0.

- a) Să se afle numerele naturale  $p$  astfel încât numerele  $A = 1 + p + p^3$  și  $B = p + p^5$  să fie simultan numere prime.
- b) Pentru ce numere naturale  $p$  nedivizibile cu 5, numărul  $C = 6p^{12} + p^8 + 2p^4 + 1$  este număr prim?
- c) Dacă  $p$  și  $q$  sunt două numere prime, rezolvați ecuația:  
 $p + 9p^2 + 9pq + q^3 = 5257$

### Problema 2 (7p.)

- a) Câte numere de 5 cifre au produsul cifrelor un număr par nenul?
- b) Se consideră 122 de numere naturale alese la întâmplare. Să se arate că putem alege 12 dintre aceste numere astfel încât diferența oricăror două dintre ele să se dividă cu 11.

### Problema 3 (7p.)

Să se afle numerele naturale  $x$  și  $y$  pentru care  $x^4 + y^4 = 2020^{2021} + 3$ .

### Problema specială

În relația  $1 * 2 * \dots * 9999 = 9999$  putem înlocui o parte dintre steluțe cu semnul plus și pe restul cu semnul minus astfel încât să obținem o afirmație adevărată? Justificați răspunsul!



# Infinity

Concurs de  
matematică și gândire logică



**Concursul județean de matematică și gândire logică „Infinity”**  
**Prima ediție, 18 decembrie 2021**  
**Subiect clasa a VI-a**

**Problema 1 (7p.)**

- a) Fie  $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ , astfel încât  $19x + 14y = 5z$ . Să se arate că:  
 $(x + y)(y + z)(x + z) : 190$
- b) Câte numere naturale verifică relația  $(n + 19)(n + 8) < 2021$  ?

**Problema 2 (7p.)**

- a) Câte cifre are numărul  $C = 2^{2021} \cdot 5^{1921}$  ?
- b) Câte cifre are numărul  $E = 2^{2022} \cdot 5^{1922} + 7^{11} \cdot 17^5$  ?

**Problema 3 (7p.)**

Fie  $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD, \angle DOE, \angle EOF$  și  $\angle FOA$  unghiuri în jurul punctului O, astfel încât  $m(\angle AOB) = n$ ,  $m(\angle BOC) = n + k$ ,  $m(\angle COD) = n + 2k$ ,  $m(\angle DOE) = n + 3k$ ,  $m(\angle EOF) = n + 4k$ ,  $m(\angle FOA) = n + 5k$ , unde  $n, k \in \mathbb{N}^*$  cu  $k < n$ .

- a) Calculați  $m(\angle BOF)$ .
- b) Arătați că [OC nu poate fi bisectoarea  $\angle AOD$ .
- c) Determinați  $n$  și  $k$ , știind că  $m(\angle BOE) = 171^\circ$ .

**Problema specială**

Să se arate că numerele 1, 2, 3, ..., 16 nu pot fi aranjate pe un cerc astfel încât suma oricăror două numere consecutive să fie pătrat perfect.



# Infinity

Concurs de  
matematică și gândire logică



**Concursul județean de matematică și gândire logică „Infinity”**  
**Prima ediție, 18 decembrie 2021**  
**Subiect clasa a VII-a**

**Problema 1 (7p.)**

Se consideră rombul ABCD cu  $AC > BD$  și pătratul ABEF, astfel încât vârful D să fie în interiorul pătratului.

- a) Determinați măsura unghiului ACE.
- b) Dacă  $AC = 2BD$ , arătați că  $A_{ABCD} = 4 \cdot A_{ECDF}$

**Problema 2 (7p.)**

Dacă  $p$  este un număr prim mai mare decât 3, să se arate că:  $7^p - 6^p - 1 : 43$

**Problema 3 (7p.)**

- a) Să se arate că, dacă  $0 < x < 1$  atunci  $x < \sqrt{x} < 1$ .
- b) Să se calculeze suma primelor 2021 zecimale ale numărului  $\sqrt{0,99..9}$  (sunt 2021 de cifre de 9)
- c) Să se calculeze suma primelor 2021 zecimale ale numărului  $\sqrt{0,44..4}$  (sunt 2021 de cifre de 4)

**Problema specială**

Vârfurile unui heptagon regulat sunt colorate cu roșu sau albastru. Să se arate că putem alege 3 vârfuri de aceeași culoare care să formeze un triunghi isoscel.



# Infinity

Concurs de  
matematică și gândire logică



**Concursul județean de matematică și gândire logică „Infinity”**  
**Prima ediție, 18 decembrie 2021**  
**Subiect clasa a VIII-a**

**Problema 1 (7p.)**

Fie  $x, y, z$  numere reale astfel încât  $(x + y)(y + z)(z + x) \neq 0$ ,  
 $\frac{xyz}{x+y} = -1$ ,  $\frac{xyz}{y+z} = 1$  și  $\frac{xyz}{z+x} = a$ , unde  $a > \frac{1}{2}$  este număr real.

Determinați produsul  $xyz$ .

**Problema 2 (7p.)**

- a) Dacă  $a, b, c$  sunt numere naturale și  $a^2 + b^2 + c^2 = 2021$ , să se arate că  $a + b + c$  nu este pătrat perfect
- b) La o masă circulară sunt așezate 7 persoane. Vârsta fiecăruia este media aritmetică a vârstelor persoanelor alăturate. Arătați că suma vârstelor tuturor persoanelor este multiplu de 7.

**Problema 3 (7p.)**

Fie cubul  $ABCD A' B' C' D'$  și  $N \in (CD)$  astfel încât  $DN = \frac{1}{3}DC$ .

- a) Determinați muchia cubului știind că aria triunghiului  $A'AN$  este  $\frac{8\sqrt{10}}{3}$
- b) Determinați cosinusul unghiului dintre planele  $(A'AN)$  și  $(D'DA)$
- c) Calculați distanța de la  $D$  la planul  $(A'AN)$

**Problema specială**

Dacă  $a, b, c$  sunt numere reale mai mari decât 0 cu  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ , să se arate inegalitatea:

$$\frac{a^4}{a+5b} + \frac{b^4}{b+5c} + \frac{c^4}{c+5a} \geq \frac{1}{2}$$