

Lucrare scrisă semestrială
semestrul I
MATEMATICĂ*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate cerințele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute.
- La toate cerințele se cer rezolvări complete.

1. Știind că $\frac{x}{y} > \frac{3}{2}$, $x > 0$, $y > 0$ și $\lg(2x - 3y) = \frac{\lg x + \lg y}{2}$ calculați valoarea raportului $\frac{x}{y}$.

2. Precizați care numere sunt raționale:

a) $A = \log_4 9 + \log_4 10 - \log_4 45$; b) $B = 5^{\log_{25} 7^{-1}}$.

3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ -3x, & x > 0 \end{cases}$.

a) Arătați că funcția este bijectivă.

b) Aflați inversa funcției.

4. Știind că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție injectivă, rezolvați ecuația $f(x^2 + 8) = f(6x)$.

5. Să se determine numărul complex z astfel încât $2\bar{z} + z = 3 + 4i$.

6. Arătați că numărul $\frac{(1+2i)(1-2i) - (3-5i) - (3+5i)}{(7-3i) + (7+3i)}$ este real.

7. Se dau numerele complexe $z_1 = 4 - (3-a)i$ și $z_2 = (1+2b) + 4\sqrt{2}i$. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $|z_1| = 4$ și $|z_2| = 1 + 2|z_1|$.