Lucrare scrisă la matematică pe semestrul I - 14.12.2021
Numărul 1

Problema I. Se consideră permutările $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ şi $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & a & 4 & 1 & b \end{pmatrix}$ în S_5 astfel încât permutarea τ să fie impară. Rezolvaţi în S_5 ecuaţia $\sigma x = \tau^{2021}$. **(1p)**

Problema II. Se consideră matricele $U = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A = I_2 + 2U$. Calculaţi A^n. **(1,5p)**

Problema III. Rezolvaţi în $\mathbb{C}$ ecuaţia $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 2 \\ 2 & x+1 & 2 \\ 2 & 2 & x+1 \end{vmatrix} = 0$. **(1.5p)**

Problema IV. Calculaţi limitele: **a)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n+1}{\sqrt[3]{n^3+2n^2+1}} \right)^n$ **(1p)**; **b)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^{\frac{1}{2n^2+1}} - 1}{\sin^2 \frac{\pi}{3n}}$ **(1p)**.

Problema V. Determinaţi parametrii a şi b astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{an^2+bn+1} - n \right) = 2$ **(1,5p)**.

Problema VI. Se consideră şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin $a_1 = \frac{1}{2}$ şi $a_{n+1} = \frac{2a_n^2}{a_n+1}$. Demonstraţi că şirul este convergent şi calculaţi limita sa. **(1,5p)**

Lucrare scrisă la matematică pe semestrul I - 14.12.2021
Numărul 2

Problema I. Se consideră permutările $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ şi $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ a & 1 & 5 & b & 2 \end{pmatrix}$ în S_5 astfel încât permutarea τ să fie pară. Rezolvaţi în S_5 ecuaţia $x\sigma = \tau^{2021}$. **(1p)**

Problema II. Se consideră matricele $U = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ şi $A = 2I_2 + U$. Calculaţi A^n. **(1,5p)**

Problema III. Rezolvaţi în $\mathbb{C}$ ecuaţia $\begin{vmatrix} x-1 & 3 & 3 \\ 3 & x-1 & 3 \\ 3 & 3 & x-1 \end{vmatrix} = 0$. **(1.5p)**

Problema IV. Calculaţi limitele: **a)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n-1}{\sqrt{n^2+n+1}} \right)^n$ **(1p)**; **b)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{\sqrt{2n+1}}}{5^{\frac{1}{3n+1}} - 1}$ **(1p)**.

Problema V. Determinaţi parametrii a şi b astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sqrt{3 + bn - an^2} \right) = 3$ **(1,5p)**.

Problema VI. Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin $x_1 = 2$ şi $x_{n+1} = \frac{2x_n}{x_n+1}$. Demonstraţi că şirul este convergent şi calculaţi limita sa. **(1,5p)**