

Lucrare scrisă semestrială la matematică
Specializarea științe ale naturii, semestrul I, clasa a XI-a, nr.1

I. 1. Fie mulțimea $M = \left\{ A(x) \in M_2(\mathbb{R}) \mid A(x) = \begin{pmatrix} 1+3x & x \\ -3x & 1-x \end{pmatrix}, x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right) \right\}$.

a) Arătați că matricea I_2 aparține mulțimii M .

b) Calculați determinantul matricei $A(x)$ și arătați că $\det(A(x)) > 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

c) Arătați că: $A(x) \cdot A(y) = A(2xy + x + y), \forall x, y \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

d) Rezolvați ecuația: $A(x) \cdot A(y) = A(180), \forall x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

I. 2. Rezolvați ecuația:
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & m \\ 1 & m & 0 \\ m & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0, m \in \mathbb{R}.$$

II.1. Calculați:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{5x};$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{2x^2 + x - 3};$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 3} \right)$

II.2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 3x^2 - x + a, & x \leq 1 \\ a^2 \cdot x^2 + \ln x, & x > 1 \end{cases}$.

Determinați $a \in \mathbb{Z}$, știind că funcția f are limita în $x_0 = 1$.

Timp de lucru: 50 min

Barem de notare: 10p - oficiu, 50p - subiectul I, 40p - subiectul II.

Lucrare scrisă semestrială la matematică
Specializarea științe ale naturii, semestrul I, clasa a XI-a, nr.2

I. 1. Fie mulțimea $M = \left\{ A(x) \in {}_2(\mathbb{R}) \mid A(x) = \begin{pmatrix} 1+5x & 15x \\ -x & 1-3x \end{pmatrix}, x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right) \right\}$.

a) Arătați că matricea I_2 aparține mulțimii M .

b) Calculați determinantul matricei $A(x)$ și arătați că $\det(A(x)) > 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

c) Arătați că: $A(x) \cdot A(y) = A(2xy + x + y), \forall x, y \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

d) Rezolvați ecuația: $A(x) \cdot A(y) = A(40), \forall x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

I. 2. Rezolvați ecuația:
$$\begin{vmatrix} m & 0 & 2 \\ 4 & m & 0 \\ 0 & 1 & m \end{vmatrix} = 0, m \in \mathbb{R}.$$

II.1. Calculați:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x^3)}{5x^3};$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3};$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 + 9x + 5} - 2x - 1 \right)$

II.2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - a^2}{x + 2}, x \leq 1 \\ a \cdot x + \ln x, x > 1 \end{cases}$.

Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind că funcția f are limita în $x_0 = 1$.

Timp de lucru: 50 min

Barem de notare: 10p - oficiu, 50p - subiectul I, 40p - subiectul II.